

# GRUPOWE ROZWIĄZYWANIE ZADAŃ

MALGORZATA PEŁKOWSKA-JEMCZURA

Praca w grupach jest taką formą organizacyjną lekcji matematyki, która aktywizuje wszystkich uczniów w klasie. Jest ona stosowana dość rzadko, bo jest to dla nauczyciela forma trudna. Nauczyciel musi pogodzić się z rolą doradcy, z głośnymi rozmowami uczniów w poszczególnych grupach, z rozluźnieniem tradycyjnej szkolnej dyscypliny. Taka forma może jednak dać efekty inaczej nieosiągalne, przede wszystkim przez aktywizację i zaangażowanie także słabszych uczniów.

W zależności od tematu, rodzaju rozwiązywanych zadań, wyrobienia matematycznego uczniów, ich obycia z tą formą lekcji – grupy mogą być różnej liczebności i składu. Grupy najmniejsze i niejako naturalne to dwójki uczniów siedzących obok siebie. Łatwo zorganizować dwuosobowe grupy, ale takich grup jest zbyt wiele, by nauczyciel był w stanie śledzić ich pracę. Druga możliwość, to grupy 4 – 6 osobowe. Dla takiej pracy klasę należy przemeblować. Dobrze jest ustawić stoliki w kształcie litery T, ponieważ wtedy uczniowie siedzą blisko siebie i łatwo jest im się komunikować między sobą. Na ogół uważa się, że każda grupa powinna składać się z uczniów o zróżnicowanych uzdolnieniach i wiadomościach. Wówczas uczniowie mniej zdolni, współpracując ze zdolniejszymi będą się od nich uczyć. Być może jednak, dla pewnych celów dydaktycznych korzystne będzie utworzenie grup mniej więcej jednorodnych. O przebiegu i efektach pracy w grupach w dużej mierze decyduje rodzaj i forma prezentacji zadań oraz dostarczone uczniom materiały. Zadania muszą być dostępne, lecz nie banalne; mogą być wspólne dla wszystkich grup lub zróżnicowane; mogą być uczniom zadane jednoznacznie lub do wyboru, mogą stanowić szczególne przypadki zadania ogólnego, reprezentować jakiś wspólny typ zadań, bądź nie mieć żadnej takiej łączącej je charakterystyki.. Zadania najlepiej podać uczniom w formie pisemnej, ewentualnie wraz z odpowiednim materiałem. W większości przypadków dla pełnego dydaktycznego wykorzystania pracy grup konieczna jest dyskusja nad jej przebiegiem i wynikami, przeprowadzona przez nauczyciela z całą klasą. Samodzielne czy prawie samodzielne rozwiązywanie zadań przez zespół uczniowski trwa oczywiście znacznie dłużej, niż rozwiązywanie tego samego zadania na tablicy pod ścisłym kierunkiem nauczyciela. Jednak efekty nauczania i sprawność dobrze zorganizowanej pracy w grupach okazują się znacznie wyższe niż w stereotypie „uczeń przy tablicy”.

Zachęcając wszystkich nauczycieli do organizowania na lekcjach pracy w grupach, chciałabym przedstawić scenariusz lekcji opartej właśnie na tej formie pracy.

**Temat lekcji:** Powtórzenie wiadomości z działu *Funkcje*.

Klasa I liceum ogólnokształcącego (zakres rozszerzony)

Czas trwania zajęć 2×45 minut

**Cele lekcji:**

Ogólne	Operacyjne
<ul style="list-style-type: none"><li>Budowanie modeli matematycznych w odniesieniu do konkretnych sytuacji</li><li>Kształtowanie umiejętności posługiwania się definicjami związanymi z funkcją,</li></ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Zna i rozumie pojęcia związane z funkcją (dziedzina, zbiór wartości, wykres, miejsce zerowe, funkcja rosnąca, malejąca, stała, wartość największa i najmniejsza, funkcja parzysta, nieparzysta)</li><li>Potrafi narysować wykres funkcji spełniający podane warunki,</li><li>Potrafi rachunkowo wyznaczyć dziedzinę funkcji, jej miejsca zerowe, punkt przecięcia wykresu z osią <math>y</math> i sprawdzić przynależność punktów do wykresu</li><li>Potrafi ułożyć wzory zależności występujących w otaczającej nas rzeczywistości i na ich podstawie wyciągnąć właściwe wnioski</li><li>Potrafi pracować w grupie</li></ul>

**Metody pracy:** praca w grupach

**Pomoce lekcyjne:** krzyżówka, arkusze papieru, kartki z zadaniami, folia

**Tok lekcji:**

Lekcja ma formę konkursu między grupami. Zadaniem każdej z grup jest rozwiązanie krzyżówki i wykonanie trzech ćwiczeń w wyznaczonym przez nauczyciela czasie. Lider grupy zaprezentuje rozwiązania ćwiczeń całej klasie, nauczyciel przyzna odpowiednią ilość punktów, którą zapisze na tablicy. Nagrodą mogą być np. oceny dla zwycięskiej grupy.

### 1. Przedstawienie uczniom celów lekcji

### 2. Krzyżówka:

Każda grupa otrzymuje do rozwiązania krzyżówkę przygotowaną na osobnej kartce papieru.

				<b>1</b>	L	I	N	I	O	W	A							
	<b>2</b>	P	R	Z	E	S	U	N	I	Ę	C	I	E					
<b>3</b>	P	R	Z	Y	P	O	R	Z	Ą	D	K	O	W	A	N	I	A	
		<b>4</b>	M	O	N	O	T	O	N	I	C	Z	N	O	Ś	C	I	
	<b>5</b>	N	A	C	H	Y	L	E	N	I	U							
		<b>6</b>	P	A	R	Z	Y	S	T	E	J							
		<b>7</b>	W	A	R	T	O	Ś	Ć									
		<b>8</b>	D	Z	I	E	D	Z	I	N	A							
	<b>9</b>	N	I	E	P	A	R	Z	Y	S	T	E	J					
<b>10</b>	A	R	G	U	M	E	N	T										
	<b>11</b>	M	A	L	E	J	Ą	C	A									
<b>12</b>	T	A	B	E	L	K	A											
<b>13</b>	W	Z	Ó	R														

Funkcja jest to rodzaj ..... **3** .....

Zbiór, na którym określona jest funkcja to ..... **8** .....

Pierwsza współrzędna punktu należącego do wykresu funkcji to ..... **10** ....., a druga to odpowiadająca mu ..... **7** .....

Opis słowny, ..... **12** ....., graf, wykres i ..... **13** ....., to sposoby przedstawiania funkcji. Jeżeli podajemy przedziały, w których funkcja jest rosnąca, przedziały, w których funkcja jest ..... **11** ..... oraz przedziały, w których funkcja jest stała, to mówimy, że wyznaczamy przedziały ... **4** ..... funkcji.

Wykres funkcji ... **6** ... jest symetryczny względem osi y, natomiast wykres funkcji ... **9** ... jest symetryczny względem początku układu współrzędnych.

Funkcja dana wzorem  $y = ax + b$ , to funkcja ..... **1** .....

Współczynnik  $a$  decyduje o . . . . **5** . . . . wykresu funkcji  $y = ax + b$  do osi  $x$ .

Aby z wykresu funkcji  $y = f(x)$  otrzymać wykres funkcji  $y = f(x) + 3$  należy wykonać . . . .

**2** . . . . w górę o 3 jednostki.

*Nauczyciel sprawdzi rozwiązanie krzyżówki przez poszczególne grupy i przydzieli punkty w dalszej części lekcji. Grupa może otrzymać 0 pkt – 7 pkt za rozwiązanie krzyżówki – 0,5 pkt za każde hasło i 0,5 pkt za hasło końcowe.*

### 3. Rysowanie wykresów funkcji o danych własnościach

*Poszczególne grupy otrzymują od nauczyciela kartki z zadaniami.*

#### Grupa 1

Narysuj wykres dowolnej funkcji  $f$ , która spełnia jednocześnie następujące warunki:

- dziedziną jest przedział  $\langle -5 ; 10 \rangle$ ,
- do wykresu funkcji należą punkty:  $(-2, -2)$ ,  $(1, 5)$ ,  $(8, 4)$ ,  $(9, 4)$ ,
- funkcja ma dwa miejsca zerowe:  $-5$  i  $-1$ ,
- najmniejszą wartość funkcja przyjmuje dla argumentu  $-3$ ,
- największą wartość, jaką przyjmuje funkcja, wynosi  $6$ .

#### Grupa 2

Narysuj wykres dowolnej funkcji  $f$ , która spełnia jednocześnie następujące warunki:

- dziedziną jest przedział  $\langle -8 ; 7 \rangle$ ,
- wykres przechodzi przez początek układu współrzędnych,
- największą wartość funkcja przyjmuje dla argumentu  $-8$ ,
- funkcja przyjmuje wartości dodatnie w przedziale  $\langle -8 ; -3 \rangle$ ,
- funkcja dla argumentów  $-8$  i  $7$  przyjmuje wartości, które są liczbami przeciwnymi.

#### Grupa 3

Narysuj wykres dowolnej funkcji  $f$ , która spełnia jednocześnie następujące warunki:

- dziedziną jest przedział  $\langle -6 ; 6 \rangle$ ,
- zbiorem wartości jest przedział  $\langle -3 ; 4 \rangle$ ,
- funkcja jest rosnąca w przedziałach  $(-6 ; -3)$ ,  $(2 ; 6)$ ,
- funkcja maleje w przedziale  $(0 ; 2)$ ,

- funkcja przyjmuje wartości ujemne w przedziale  $(1; 3)$ .

#### **Grupa 4**

Narysuj wykres dowolnej funkcji  $f$ , która spełnia jednocześnie następujące warunki:

- dziedziną jest przedział  $\langle -8; 8 \rangle$ ,
- funkcja ma trzy miejsca zerowe,
- funkcja jest rosnąca w przedziałach  $(-8; -2)$ ,  $(0; 2)$ ,
- przyjmuje wartości nieujemne w przedziale  $\langle -4; 4 \rangle$ ,
- funkcja jest parzysta.

#### **Grupa 5**

Narysuj wykres dowolnej funkcji  $f$ , która spełnia jednocześnie następujące warunki:

- zbiorem wartości jest przedział  $\langle -3; 3 \rangle$ ,
- do wykresu funkcji należą punkty:  $(-2, -1)$ ,  $(1, 3)$ ,
- funkcja jest malejąca w przedziale  $(-2; -1)$ ,
- funkcja ma jedno miejsce zerowe,
- funkcja jest nieparzysta.

*Wykresy uczniowie powinni narysować na dużych, wcześniej przygotowanych arkuszach papieru. Lider każdej z grup zaprezentuje wykres całej klasie. Za to ćwiczenie każda z grup może otrzymać 0 pkt – 5 pkt )*

#### **4. Funkcje liniowe w życiu codziennym**

*Poszczególne grupy otrzymują kartki z zadaniami, rozwiązania należy zapisać na folii. **Lider** każdej z grup zaprezentuje rozwiązanie całej klasie.*

#### **Grupa 1**

Pewien operator sieci telefonicznej pobiera stałą opłatę abonamentową plus opłatę za rozmowę. Pan Gadulski rozmawiając wyłącznie wieczorem, za każdą minutę płaci taką samą stawkę. W miesiącu, w którym rozmawiał 200 minut, zapłacił 129zł, a w miesiącu, w którym rozmawiał 300 minut, zapłacił 179zł:

- znajdź stawkę za jedną minutę,
- cenę abonamentu,
- wzór funkcji wyrażającej wielkość miesięcznej opłaty ( $y$ ) w zależności od ilości minut rozmów ( $x$ ),
- oblicz ile zapłaciłby pan Kowalski za telefon, gdyby rozmawiał tylko 50 minut w miesiącu,
- oblicz ile co najwyżej minut może rozmawiać pan Kowalski przez telefon, jeżeli nie chce, aby jego rachunek przekroczył kwotę 40zł ?

### Grupa 2

Pan Kowalski otrzymuje płacę zasadniczą plus wynagrodzenie za nadgodziny, obliczane według stałej stawki. W styczniu miał 20 nadgodzin i otrzymał 1400zł. W lutym 30 nadgodzin i otrzymał 1600zł:

- oblicz, ile wynosi stawka za nadgodzinę,
- oblicz ile wynosi jego płaca zasadnicza,
- podaj wzór opisujący całkowite wynagrodzenie ( $y$ ) przy  $x$  nadgodzinach,
- oblicz ile wyniosłoby jego całkowite wynagrodzenie przy 15 nadgodzinach,
- oblicz, ile nadgodzin musiałby przepracować w miesiącu pan Kowalski, jeśli chciałby zarobić co najmniej 2000zł.

### Grupa 3

W wannie było 50 litrów wody, gdy odkręcono kran. Z kranu woda wylewa się z szybkością 8 litrów w ciągu minuty. Pojemność wanny wynosi 250 litrów:

- ile wody będzie w wannie po 5 minutach,
- po ilu minutach wanna będzie napełniona do pełna?
- podaj wzór funkcji przedstawiającej ilość wody w wannie ( $y$ ) w zależności od czasu ( $x$ ) wyrażonego w minutach,
- czy jest to funkcja rosnąca, czy malejąca?
- jaka jest dziedzina i zbiór wartości tej funkcji?

### Grupa 4

W beczce było 100 litrów wody, ale zaczęła wyciekać z szybkością 2 litrów na minutę.

- ile wody będzie w beczce po 5 minutach,
- po ilu minutach beczka będzie pusta ?

- podaj wzór funkcji przedstawiającej ilość wody w beczce (  $y$  ) w zależności od czasu (  $x$  ) wyrażonego w minutach,
- czy jest to funkcja rosnąca, czy malejąca?
- jaka jest dziedzina i zbiór wartości tej funkcji?

### Grupa 5

Dwudziestolitrowy gąsior na wino waży 2,5kg, zaś 1 litr wina waży 0,9kg.

- ile waży gąsior, w którym jest 5 litrów wina,
- podaj wzór funkcji, która określa zależność ciężaru gąsiora z winem (  $y$  ) od ilości litrów znajdującego się w nim wina (  $x$  ),
- podaj dziedzinę tej funkcji,
- oblicz, ile litrów wina jest w gąsiorze, który waży 21kg,
- czy ten gąsior z winem może wżyć 30kg?

*Za to ćwiczenie każda z grup może otrzymać również 0 pkt – 5 pkt*

## 5. Wzory funkcji – obliczenia

### Grupa 1

Dana jest funkcja wzorem:  $y = \frac{x^2 + 8x + 7}{\sqrt{2x + 13}}$

- wyznacz dziedzinę tej funkcji
- oblicz jej miejsca zerowe
- sprawdź, czy punkt  $A = (14, 35)$  należy do wykresu tej funkcji
- wyznacz współrzędne punktu przecięcia się wykresu tej funkcji z osią  $y$ .

### Grupa 2

Dana jest funkcja wzorem:  $y = \frac{2x^2 - 10x}{\sqrt{x} - 1}$

- wyznacz dziedzinę tej funkcji
- oblicz jej miejsca zerowe
- sprawdź, czy punkt  $A = (16, 33)$  należy do wykresu tej funkcji
- wyznacz współrzędne punktu przecięcia się wykresu tej funkcji z osią  $y$ .

### Grupa 3

Dana jest funkcja wzorem:  $y = \frac{-x^2 + 1}{x^2 - 10x + 9}$

- wyznacz dziedzinę tej funkcji
- oblicz jej miejsca zerowe
- sprawdź, czy punkt  $A = \left(3, \frac{2}{3}\right)$  należy do wykresu tej funkcji
- wyznacz współrzędne punktu przecięcia się wykresu tej funkcji z osią  $y$ .

### Grupa 4

Dana jest funkcja wzorem:  $y = \frac{1 - \sqrt{2x - \frac{1}{3}}}{x - 8}$

- wyznacz dziedzinę tej funkcji
- oblicz jej miejsca zerowe
- sprawdź, czy punkt  $A = \left(\frac{1}{6}, -\frac{2}{15}\right)$  należy do wykresu tej funkcji
- wyznacz współrzędne punktu przecięcia się wykresu tej funkcji z osią  $y$ .

### Grupa 5

Dana jest funkcja wzorem:  $y = \frac{4 - 2|x|}{\sqrt{1-x}}$

- wyznacz dziedzinę tej funkcji
- oblicz jej miejsca zerowe
- sprawdź, czy punkt  $A = (-3, -1)$  należy do wykresu tej funkcji
- wyznacz współrzędne punktu przecięcia się wykresu tej funkcji z osią  $y$ .

*Za to ćwiczenie każda z grup może otrzymać 0 pkt – 4 pkt.*

**6. Podsumowanie lekcji:** omówienie wyników, wyłonienia zwycięskiej grupy, ocena pracy na lekcji.